

# Bukolični kompleksi

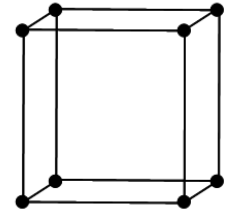
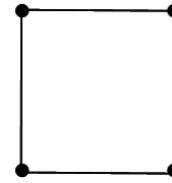
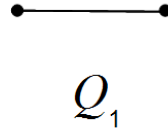
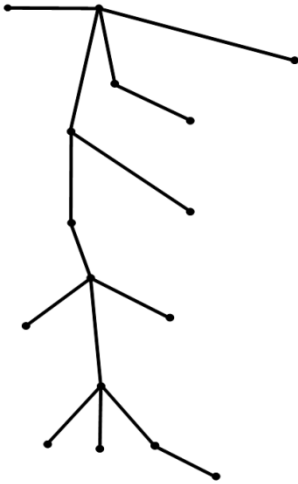
**Boštjan Brešar**

**Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Univerza v Mariboru  
in**

**Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko, Ljubljana**

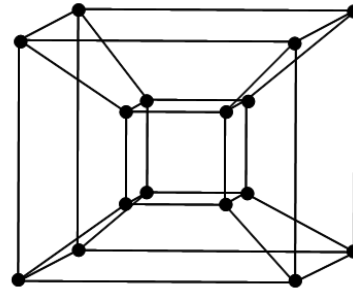
**Vir: Boštjan Brešar, Jeremie Chalopin, Victor Chepoi,  
Tanja Gologranc, Damian Osajda, Bucolic complexes,  
Advances in Mathematics 243 (2013) 127-167.**

# Medianski grafi

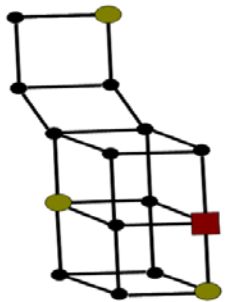
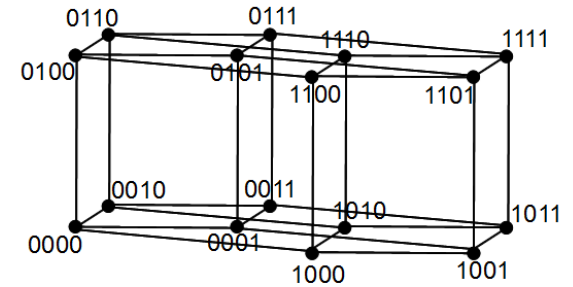


$Q_2$

$Q_3$



$Q_4$

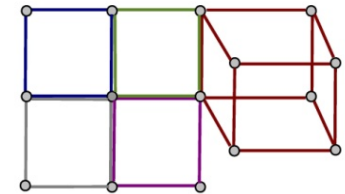
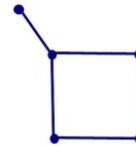
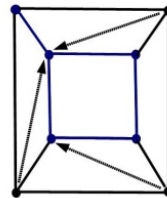


# Medianski grafi – nekaj karakterizacij

Graf je medianski natanko tedaj, ko

- za vsako trojico vozlišč  $u, v, w$  velja, da je  $|I(u, v) \cap I(u, w) \cap I(v, w)| = 1$ . (standardna definicija)
- je za vsako trojico vozlišč v grafu Steinerjevo vozlišče enolično. (Avann, 1961)
- je lahko dobljen z zaporednimi konveksnimi ekspanzijami iz grafa na enem vozlišču. (Mulder, 1978)
- je lahko dobljen z zaporednimi konveksnimi amalgamacijami iz hiperkock. (Isbell, 1980)

- je retracts kake hiperkocke. (Bandelt, 1984)



- je graf, ki ima v dinamičnem lokacijskem problemu indeks okna enak 2. (Chung, Graham, Saks, 1987)
- intervali grafa zadoščajo Hellyjevi lastnosti. (Tardif, 1996)
- je temeljni graf (1-skelet) CAT(0) poliedrskega kompleksa kock. (Chepoi, 2000)
- je dvodelen graf, v katerem so vse množice  $W_{ab}$  zastražene. (B., 2003)

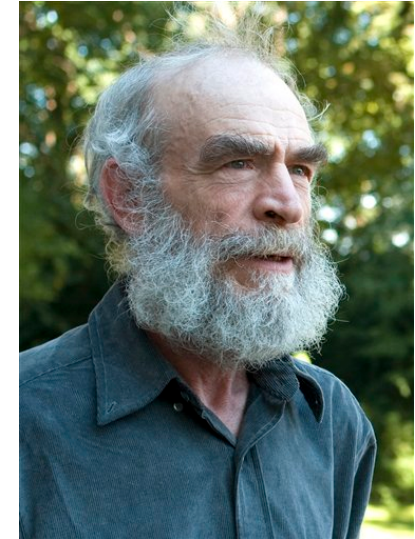
# Medianski grafi – primeri uporabe

- ❑ teoretično računalništvo
- ❑ matematična biologija (genetika, filogenetska omrežja, Bunemanovi grafi)
- ❑ matematična kemija (resonančni grafi benzenoidnih sistemov)
- ❑ matematika v družboslovju (Condorcetova volilna strategija)
- ❑ lokacijska teorija (problem (ne)želenih lokacij)
- ❑ matematika

# Medianski grafi in kompleksni kock

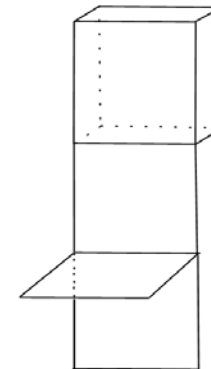
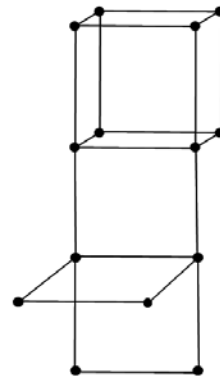
Mikhail Gromov, Hyperbolic groups, v: S. Gersten (Ed.), Essays in Group Theory, v: Math. Sci. Res. Inst. Publ., vol. 8, Springer-Verlag, Berlin, 1987, pp. 75–263.

**Izrek.** (Gromov, 1987) Poliedrski kompleks kock  $|C|$  z intrinzično  $l_2$ -metriko je CAT(0) natanko tedaj, ko je  $|C|$  enostavno povezan in zadošča pogoju: če tri  $(k+2)$ -kocke iz  $|C|$  vsebujejo skupno  $k$ -kocko in paroma vsebujejo kot preseke  $(k+1)$ -kocke, so vsebovane v  $(k+3)$ -kocki kompleksa  $|C|$ .



**Posledica** (Chepoi, 2000)

Temeljni grafi (1-skeleti) CAT(0) poliedrskih kompleksov kock so natanko medianski grafi.



CAT(0) kompleksi  
kock

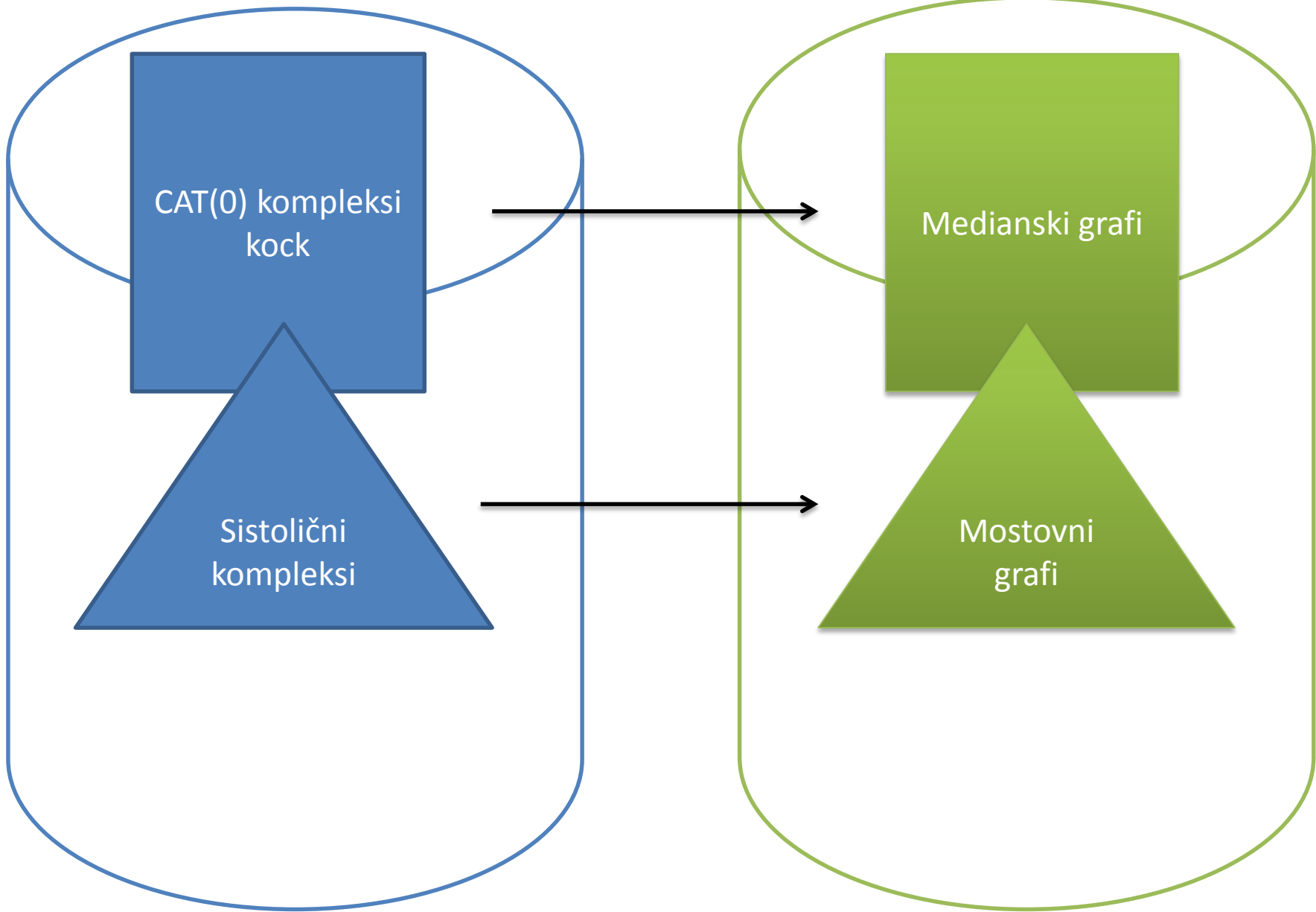
Sistolični  
kompleksi

Medianski grafi

Mostovni  
grafi

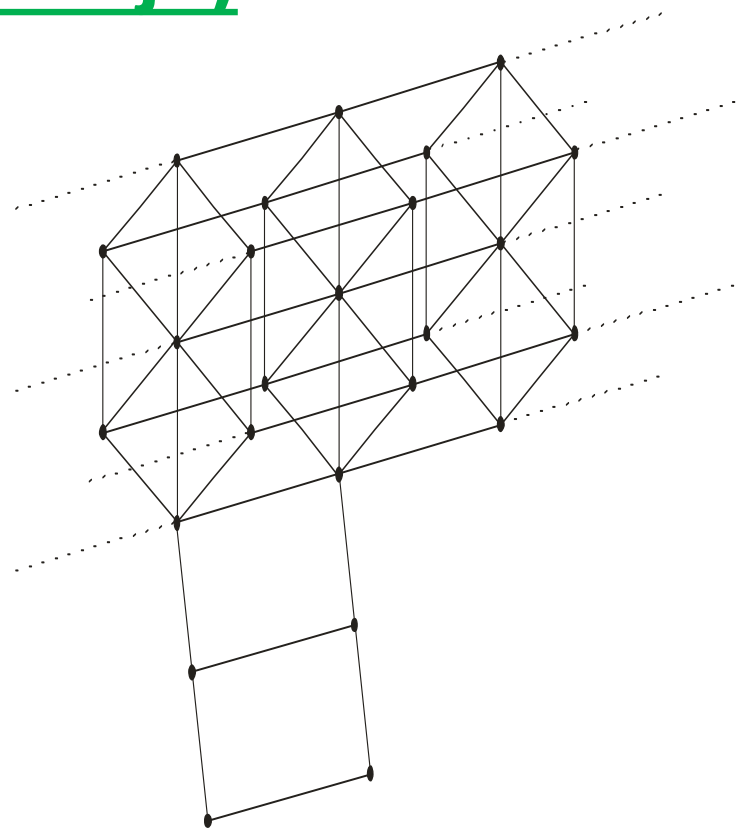
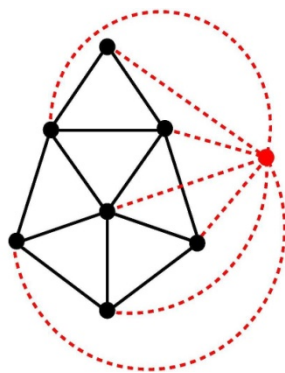
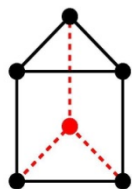
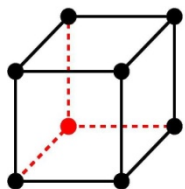
Bukolični kompleksi prizem

Bukolični grafi



# Bukolični kompleksi (definicija)

so konformni, povezani, enostavno povezani kompleksi prizem, ki zadoščajo trem lokalnim kombinatoričnim pogojem (za kocke, prizme in kolesa).



# Lokalno-globalna karakterizacija bukoličnih kompleksov

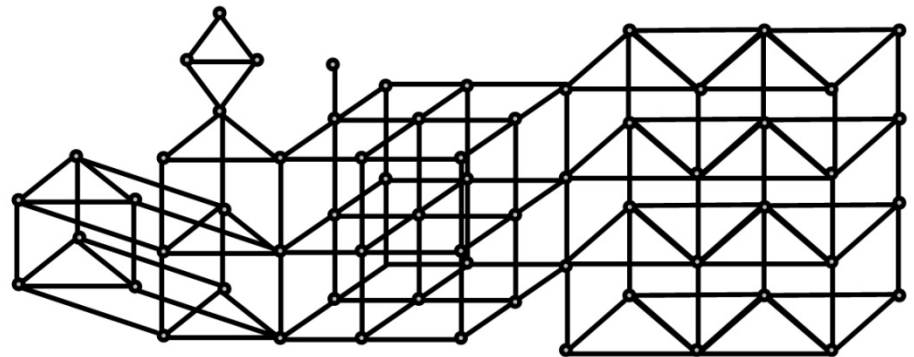
Za kompleks prizem  $X$  so naslednje trditve ekvivalentne:

- $X$  je **bukoličen kompleks**;
- njegov 2-skelet je povezan in enostavno povezan trikotniško-kvadratični kompleks, ki zadošča trem kombinatoričnim pogojem;
- njegov 1-skelet je **bukoličen graf**, ki ne vsebuje neskončnih hiperkock.

## Bukolični grafi

so natanko

- retrakti kartezičnih produktov mostovnih grafov;
- grafi, dobljeni z zaporedjem zastraženih amalgamacij iz kartezičnih produktov 2-povezanih mostovnih grafov;
- šibko modularni grafi brez induciranih  $K_{2,3}$ ,  $W_4$ ,  $W_4$ - in  $W_5$ .





## Dve lastnosti

**Izrek** (o fiksni točki): Za poljubno grupo avtomorfizmov, ki deluje na lokalno končnem bukoličnem kompleksu, obstaja točka, ki je fiksna (invariantna) za vse avtomorfizme grupe.

**Izrek** (o skrčljivosti): Lokalno končni bukolični kompleksi so kontraktibilni.

Hvala za pozornost.

